پایه‌یازدهم

شرط آنکه سهمی و خط همدیگر را قطع نکنند آن است که معادله‌ی حاصل از تقاطع آنها جواب نداشته باشد. پس داریم:

$$x^۲ - ۲ax + ۱ = ۲b(a - x) \Rightarrow x^۲ + (۲b - ۲a)x + ۱ - ۲ab = ۰$$
$$\Delta = (۲b - ۲a)^۲ - ۴(۱ - ۲ab) = ۴b^۲ + ۴a^۲ - ۸ab - ۴ + ۸ab$$
$$\Rightarrow \Delta = ۴b^۲ + ۴a^۲ - ۸ab - ۴ < ۰ \Rightarrow b^۲ + a^۲ < ۱$$

می دانیم $x^۲ + y^۲ = ۱$ معادله‌ی یک دایره به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۱ است. بنابراین نامعادله‌ی $a^۲ + b^۲ < ۱$ ، مجموعه نقاط داخل دایره‌ی فوق می‌باشد. پس مساحت ناحیه‌ی A برابر است با:

$$S = \pi r^۲ = \pi(۱) = \pi$$