



چرندیات

پایه دوازدهم

؟

حاصل حد زیر را بیابید:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-\cos \frac{[\pi x]}{x} \right]$$

پاسخ:

جزء صحیح یک عبارت برابر خود عبارت منهای جزء اعشاری آن می باشد:

$$[u] = u - P_u, 0 \leq P_u < 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-\cos \frac{[\pi x]}{x} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-\cos \frac{\pi x - P_{\pi x}}{x} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-\cos \left(\pi - \frac{P_{\pi x}}{x} \right) \right]$$

چون x به سمت بی نهایت میل می کند می توان از P صرف نظر نمود، و کسینوس به پی میل

کرده و عبارت داخل جزء صحیح برابر ۱ می گردد. اما چون به عدد صحیح میل کرده است،

می بایست بررسی نمود که آیا ۱ حدی است یا مطلق!

دو حالت زیر را در نظر بگیرید:

$$P=0 \quad -۱$$

اگر πx صحیح باشد به طور مثال $x = \frac{k}{\pi}$ باشد، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left| -\cos\left(\pi - \frac{P_{\pi x}}{x}\right) \right| = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left| -\cos\left(\pi - \frac{0}{x}\right) \right| = \lfloor -\cos \pi \rfloor = 1$$

$$0 < P < 1 \quad -۲$$

چون مقدار P به طور مطلق صفر نیست، داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left| -\cos\left(\pi - \frac{P_{\pi x}}{x}\right) \right| &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \lfloor -\cos(\pi - 0^+) \rfloor = \lfloor -\cos \pi^- \rfloor = \\ &= \lfloor -((-1)^+) \rfloor = \lfloor 1^- \rfloor = 0 \end{aligned}$$

بنابراین عبارت $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left| -\cos \frac{[\pi x]}{x} \right|$ فاقد حد می‌باشد.