

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4; x > -1$ در بازه (a, b) زیر محور x ها است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

پاسخ:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4 = x^2(x - 4) - 1(x - 4) = (x^2 - 1)(x - 4) = (x - 1)(x + 1)(x - 4)$$

با توجه به این که $x > -1$ می باشد. بنابراین برای یافتن جواب داریم:

$$f(x) < 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 1)(x - 4) < 0 \xrightarrow{x+1 > 0} (x - 1)(x - 4) < 0 \Rightarrow x \in (1, 4)$$

لذا بزرگترین بازه ای که تابع f در آن بازه، پایین محور x ها قرار میگیرد بازه $(1, 4)$ است. برای بیشترین مقدار $b - a$ داریم:

$$(a, b) = (1, 4) \Rightarrow b - a = 4 - 1 = 3$$