



چندین فصل



میخواهیم ۲۰ کتاب یکسان را در ۴ قفسه قرار دهیم، احتمال آنکه در هر قفسه حداقل ۲ کتاب و حداکثر ۶ کتاب قرار گیرد چقدر است؟

پاسخ:

$$\text{احتمال} = \frac{\text{حالات مطلوب}}{\text{کل حالات}}$$

تعداد کتاب در هر قفسه را با x نشان میدهیم
بنابراین داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$$

کل حالات برابر تعداد جواب صحیح نامنفی معادله فوق می باشد $\binom{23}{3}$
حالات مطلوب:

تعداد جواب معادله با شرط ذیل می باشد:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20 \rightarrow 2 \leq x_i \leq 6$$

برای محاسبه تعداد حالات از تغییر متغیر استفاده میکنیم:

$$y_i = x_i - 2 \rightarrow x_i = y_i + 2 \rightarrow 0 \leq y_i \leq 4 \rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 12$$

سپس یک تغییر متغیر دیگر میدهیم:

$$z_i = 12 - y_i \rightarrow y_i = 12 - z_i \rightarrow 8 \leq z_i \rightarrow z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 36$$

بنابراین معادله نهایی برای حالات مطلوب به دست آمد:

حالات مطلوب: $\binom{7}{3}$

بنابراین احتمال اینکه در هر قفسه بین ۲ تا ۶ کتاب قرار گیرد: $\frac{\binom{7}{3}}{\binom{23}{3}}$