پایه‌یازدهم

؟

تابع f در کدام نقطه از اعداد صحیح پیوسته است؟

$$f(x)=\begin{cases}\left\lfloor\frac{x}{2}\right\rfloor-\left\lfloor\frac{x}{3}\right\rfloor & x\in Q\\ \frac{x}{6}\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) & x\in Q'\end{cases}$$

پاسخ:

ابتدا باید مشخص کرد که تابع $\left\lfloor\frac{x}{2}\right\rfloor-\left\lfloor\frac{x}{3}\right\rfloor$ در کدام نقطه از اعداد صحیح پیوسته است.

	$\left\lfloor\frac{x}{2}\right\rfloor$	$\left\lfloor\frac{x}{3}\right\rfloor$	$\left\lfloor\frac{x}{2}\right\rfloor-\left\lfloor\frac{x}{3}\right\rfloor$
$6k\pm1$	پیوسته	پیوسته	پیوسته
$6k\pm2$	ناپیوسته	پیوسته	ناپیوسته
$6k+3$	پیوسته	ناپیوسته	ناپیوسته
$6k$	ناپیوسته	ناپیوسته	باید بررسی شود

$$\lim_{x\to6k^+}\left\lfloor\frac{x}{2}\right\rfloor-\left\lfloor\frac{x}{3}\right\rfloor=3k-2k=k=f(6k)$$

$$\lim_{x\to6k^-}\left\lfloor\frac{x}{2}\right\rfloor-\left\lfloor\frac{x}{3}\right\rfloor=3k-1-(2k-1)=k$$

بنابراین تابع $\left\lfloor\frac{x}{2}\right\rfloor-\left\lfloor\frac{x}{3}\right\rfloor$ در مضارب ۶ پیوسته است.

حال میبایست محل تلاقی دو شاخه نمودار را در $6k \pm 1$ و مضارب ۶ بررسی کنیم:

$$\frac{x}{6}\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) = \left\lfloor\frac{x}{2}\right\rfloor - \left\lfloor\frac{x}{3}\right\rfloor, x = 6k \; or \; 6k \pm 1$$

که از حل معادله فوق به مجموعه جواب زیر میرسیم:

$$\boxed{x = 12k}$$

