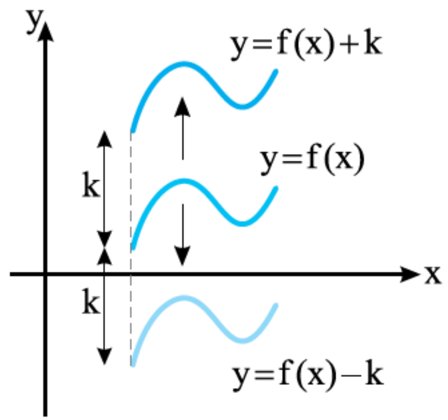
انتقال عمودی

فرض کنید نمودار تابع f را داریم، k عددی حقیقی است و $k>0$.

برای رسم نمودار تابع $y=f(x)+k$ کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد به بالا منتقل کنیم.

برای رسم نمودار تابع $y=f(x)-k$ کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد به پایین منتقل کنیم.

بنابراین نقطهٔ (x_0, y_0+k) از نمودار تابع $y=f(x)+k$ متناظر با نقطهٔ (x_0, y_0) از نمودار تابع $y=f(x)$ است.



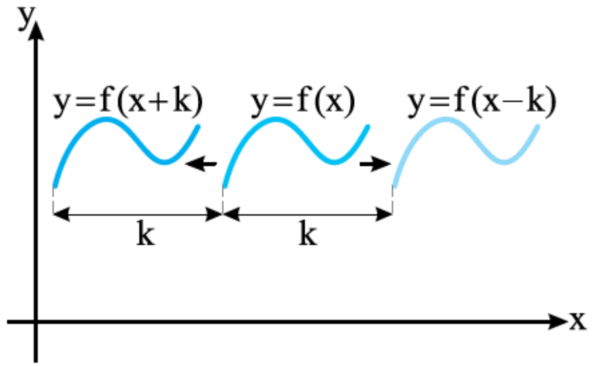
انتقال افقی

فرض کنید نمودار تابع f را داریم، k عددی حقیقی است و $k>0$.

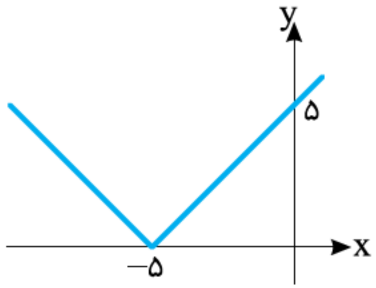
برای رسم نمودار تابع $y=f(x+k)$ کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد به سمت چپ منتقل کنیم.

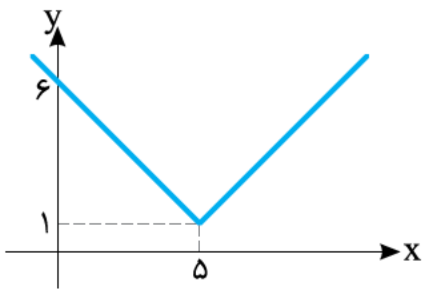
برای رسم نمودار تابع $y=f(x-k)$ کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد به سمت راست منتقل کنیم.

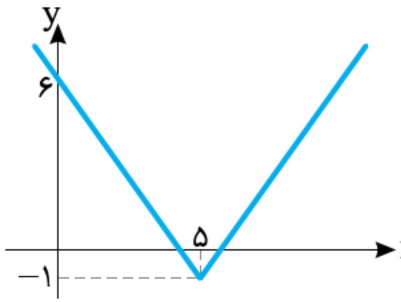
بنابراین نقطهٔ (x_0-k, y_0) از نمودار تابع $y=f(x+k)$ متناظر با نقطهٔ (x_0, y_0) از نمودار تابع $y=f(x)$ است.

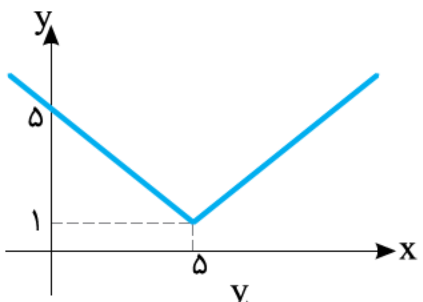


تست نمودار تابع $f(x)=|۵-x|+۱$ کدام است؟

۱) 

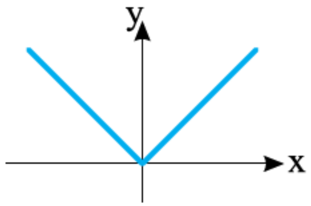
۲) 

۳) 

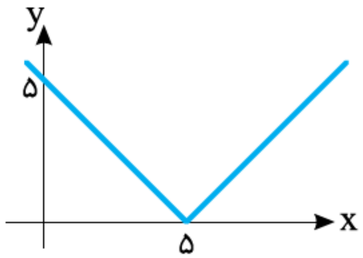
۴) 

ابتدا توجه کنید که چون $|A|=|-A|$، پس

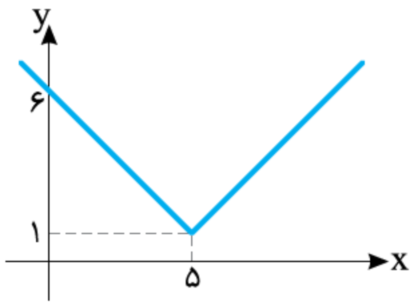
$$f(x)=|۵-x|+۱=|x-۵|+۱$$



$y=|x|$



$y=|x-۵|$



$y=|x-۵|+۱$

تست اگر نمودار $f(x)=|x-۳|+۲$ را ۲ واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت بالا انتقال دهیم به تابع $y=g(x)$ خواهیم رسید. دو منحنی $y=f(x)$ و $y=g(x)$ در نقطه با کدام طول یکدیگر را قطع می‌کنند؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$　　۲) $\frac{۱}{۲}$　　۳) $-\frac{۳}{۲}$　　۴) $\frac{۳}{۲}$

برای رسیدن به نمودار g کافی است در ضابطهٔ f متغیر x را به $x+۲$ تبدیل کنیم و سپس ضابطهٔ به دست آمده را با ۱ جمع کنیم.

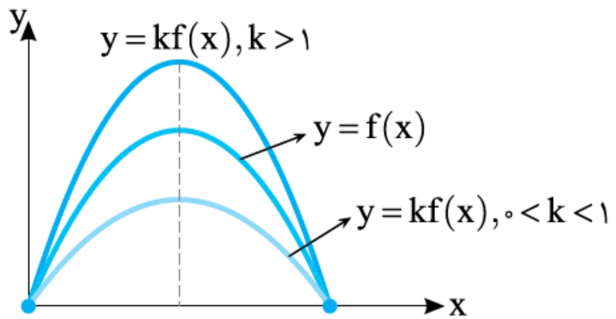
در این صورت داریم:

$$g(x)=|x+۲-۳|+۲+۱=|x-۱|+۳$$

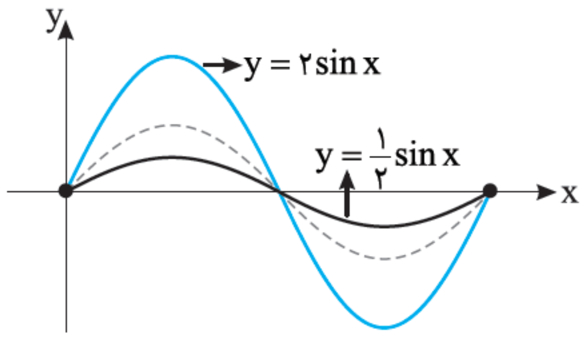
$$f(x)=g(x) \Rightarrow |x-۳|+۲=|x-۱|+۳ \Rightarrow |x-۳|-|x-۱|=۱$$

$$\begin{cases} x\geq ۳ & \Rightarrow x-۳-x+۱=۱ \quad \text{غ ق ق} \\ ۱\leq x\leq ۳ & \Rightarrow -x+۳-x+۱=۱ \Rightarrow x=+\frac{۳}{۲} \\ x\leq ۱ & \Rightarrow -x+۳+x-۱=۱ \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

رسم نمودار تابع $y=kf(x)$ از روی نمودار تابع $y=f(x)$



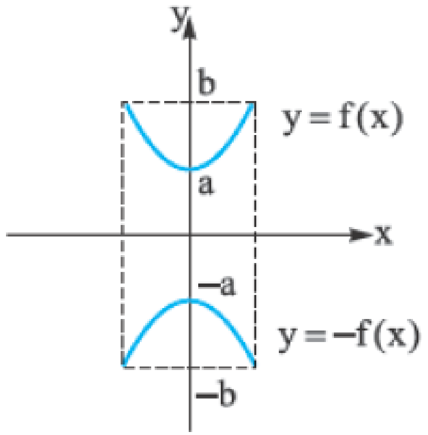
۱) اگر k عددی مثبت باشد، برای رسم نمودار تابع $y=kf(x)$ کافی است عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y=f(x)$ را k برابر کنیم. اگر $k>1$، نمودار تابع $y=kf(x)$ از انبساط عمودی نمودار تابع $y=f(x)$ به‌دست می‌آید و اگر $0<k<1$، نمودار تابع $y=kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار تابع $y=f(x)$ به‌دست می‌آید.



۲) برای رسم نمودار تابع $y=-f(x)$ کافی است قرینهٔ نمودار تابع $y=f(x)$ را نسبت به محور x رسم کنیم.

۳) اگر k عددی منفی باشد، برای رسم نمودار تابع $y=kf(x)$ کافی است ابتدا نمودار تابع $y=|k|f(x)$ را رسم کنیم و سپس قرینهٔ این نمودار را نسبت به محور x رسم کنیم.

نقطهٔ (x_0, ky_0) از نمودار تابع $y=kf(x)$ متناظر با نقطهٔ (x_0, y_0) از نمودار تابع $y=f(x)$ است.



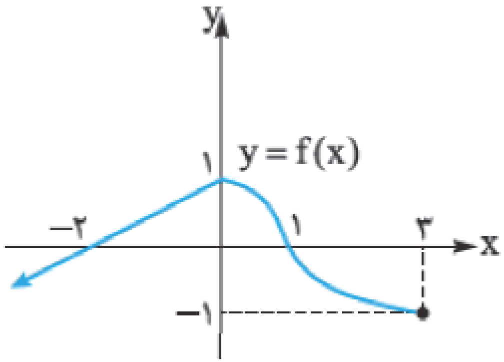
رسم نمودار تابع $y=kf(x)$ از روی نمودار تابع $y=f(x)$

۱) اگر k عددی مثبت باشد، برای رسم نمودار تابع $y=kf(x)$ کافی است عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y=f(x)$ را k برابر کنیم. اگر $k>۱$، نمودار تابع $y=kf(x)$ از انبساط عمودی نمودار تابع $y=f(x)$ به‌دست می‌آید و اگر $۰<k<۱$، نمودار تابع $y=kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار تابع $y=f(x)$ به‌دست می‌آید.

۲) برای رسم نمودار تابع $y=-f(x)$ کافی است قرینهٔ نمودار تابع $y=f(x)$ را نسبت به محور x رسم کنیم.

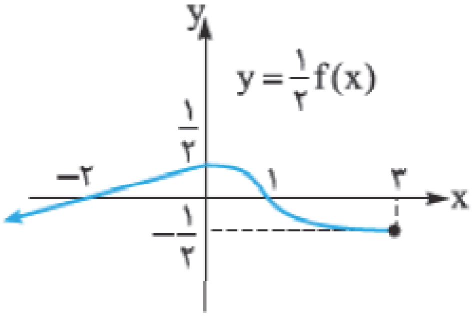
۳) اگر k عددی منفی باشد، برای رسم نمودار تابع $y=kf(x)$ کافی است ابتدا نمودار تابع $y=|k|f(x)$ را رسم کنیم و سپس قرینهٔ این نمودار را نسبت به محور x رسم کنیم.

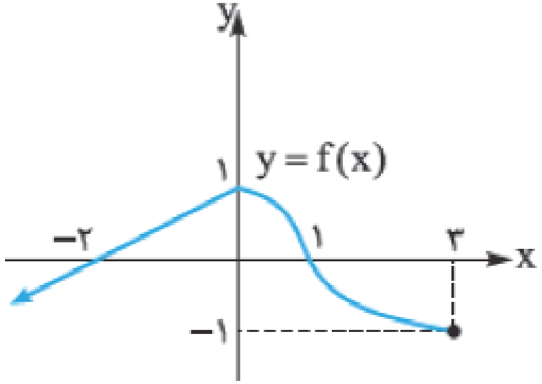
نقطهٔ $(x_۰, ky_۰)$ از نمودار تابع $y=kf(x)$ متناظر با نقطهٔ $(x_۰, y_۰)$ از نمودار تابع $y=f(x)$ است.



$(f(x)\to \frac{۱}{۲}f(x))$

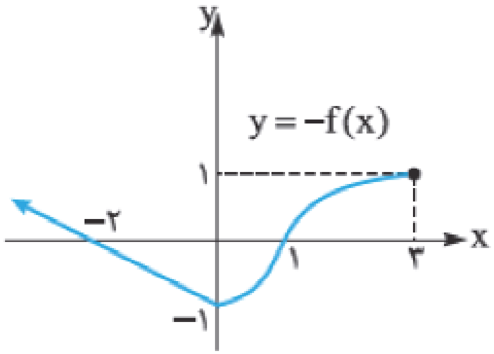
تمام عرض‌ها $\frac{۱}{۲}$ برابر می‌شوند





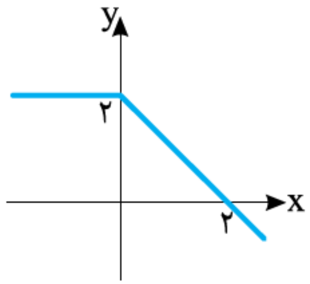
$(f(x)\to -f(x))$

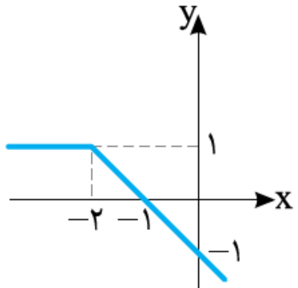
نمودار f نسبت‌به محور xها قرینه می‌شود

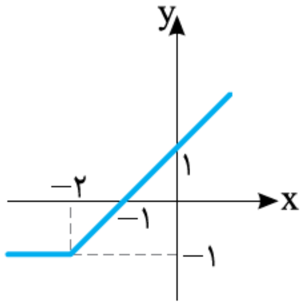


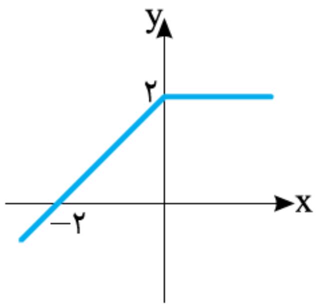
تست

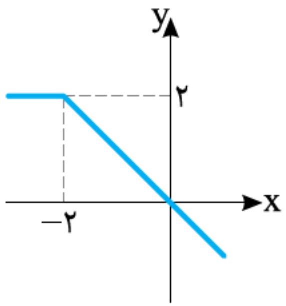
نمودار تابع f در شکل روبه‌رو رسم شده است. نمودار تابع $y=۱-f(x+۲)$ کدام است؟



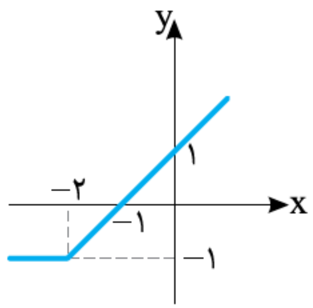
۱) 

۲) 

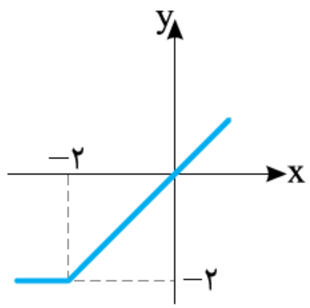
۳) 

۴) 

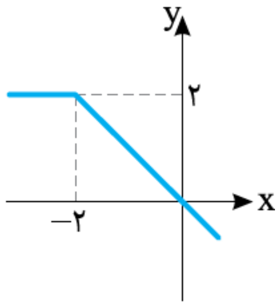
ابتدا نمودار تابع $y=f(x)$ را ۲ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f(x+۲)$ به‌دست بیاید. سپس این نمودار را نسبت به محور x قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع $y=-f(x+۲)$ به‌دست بیاید. در آخر، این نمودار را ۱ واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y=۱-f(x+۲)$ به‌دست بیاید.



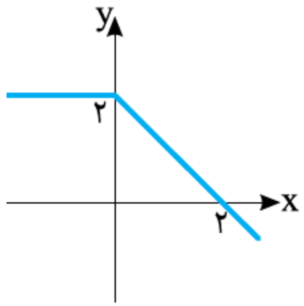
$y=۱-f(x+۲)$



$y=-f(x+۲)$



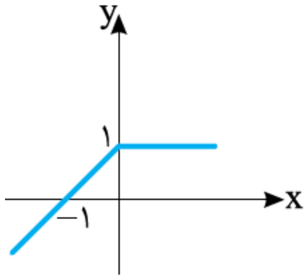
$y=f(x+۲)$



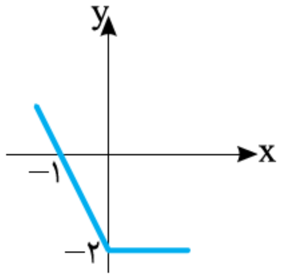
$y=f(x)$

تست

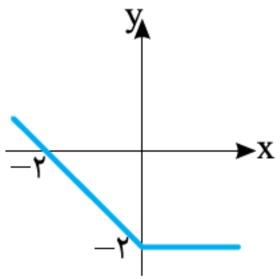
نمودار تابع f در شکل روبه‌رو رسم شده است. نمودار تابع $y=-2f(x)$ کدام است؟



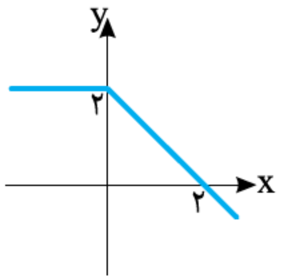
۱)



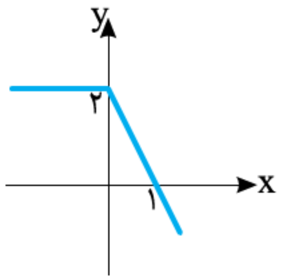
۲)



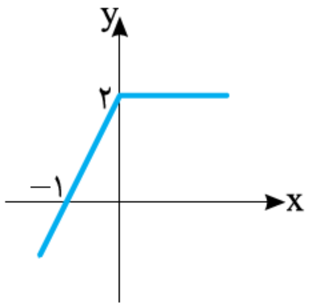
۳)



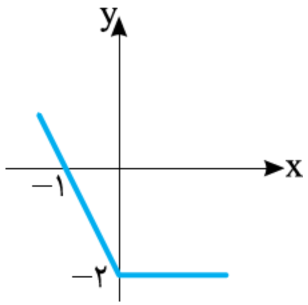
۴)



ابتدا نمودار تابع $y=2f(x)$ را رسم می‌کنیم. برای این کار، عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y=f(x)$ را ۲ برابر می‌کنیم. سپس قرینهٔ این نمودار نسبت به محور x را رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y=-2f(x)$ به‌دست بیاید.



$y=2f(x)$

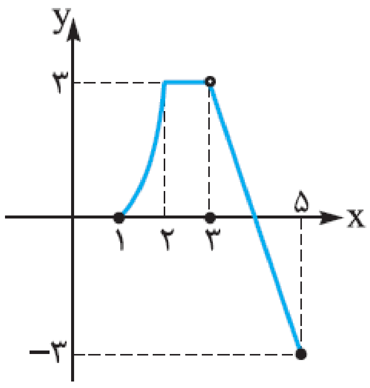


$y=-2f(x)$

تست هرگاه $A(۲,۳)$ نقطه‌ای روی نمودار $y=f(x)$ باشد پس از تبدیل نمودار $y=f(x)$ به $y=۳-۲f(x-۴)$ نقطهٔ A به کدام نقطه متناظر می‌شود؟

۱) $(-۳,۶)$ ۲) $(۳,-۶)$ ۳) $(۹,۳)$ ۴) $(۶,-۳)$

اگر مراحل را پشت سر هم و به ترتیب انجام دهیم به نقطهٔ موردنظر خواهیم رسید. پس ابتدا نمودار را ۴ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم و $A(۲,۳)$ به نقطهٔ $A_۱(۶,۳)$ روی نمودار $y=f(x-۴)$ متناظر می‌شود. با یک انبساط عرضی A به $A_۲(۶,۶)$ روی نمودار $y=۲f(x-۴)$ متناظر می‌شود. نمودار را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم که ضابطهٔ جدید $y=-۲f(x-۴)$ و نقطهٔ $A_۳(۶,-۶)$ به دست می‌آیند، حال کافی است با یک انتقال عمودی به نمودار $y=۳-۲f(x-۴)$ برسیم و در نهایت نقطهٔ $A_۴(۶,-۳)$ جواب خواهد بود.



تست اگر نمودار $y=۳f(x-۲)$ مطابق شکل مقابل باشد، $D_f \cap R_f$ (اشتراک دامنه و برد تابع f) کدام است؟

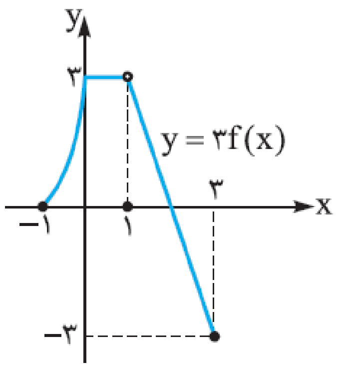
۱) $[-۱,۱]$ ۳) $[-۳,۱)-\{۱\}$

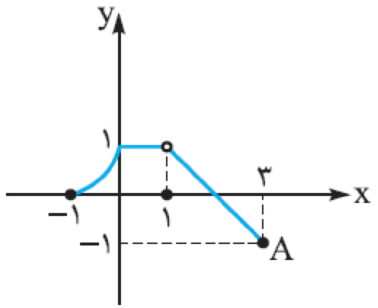
۲) $[-۱,۳]$ ۴) $[-۱,۱)-\{۱\}$

برای رسم $y=f(x)$ ابتدا با انتقال ۲ واحد به سمت چپ به نمودار $y=۳f(x+۲-۲)=۳f(x)$ می‌رسیم سپس با یک انقباض عمودی به شکل $y=\frac{۱}{۳}\times ۳f(x)=f(x)$ به نمودار $y=f(x)$ می‌رسیم. دقت کنید در این مثال اگر دو مرحلهٔ فوق را جابه‌جا می‌کردیم، همچنان به یک نمودار می‌رسیدیم ولی در برخی مواقع اگر ترتیب تبدیل نمودار تغییر کند نتایج یکسان به دست نمی‌آید.

دقت کنید $A(۳,-۱)$ خواهد بود.

در این صورت $R_f=[-۱,۱]$ و $D_f=[-۱,۳]$ پس $D_f \cap R_f=[-۱,۱]$

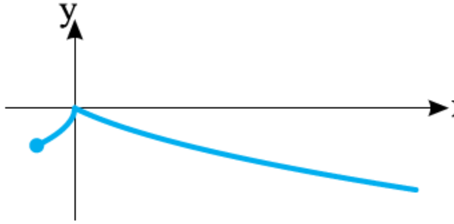


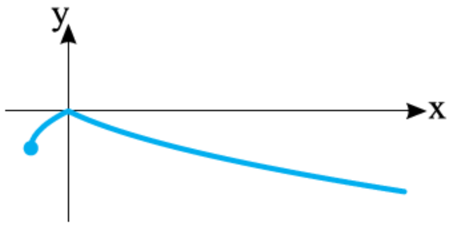


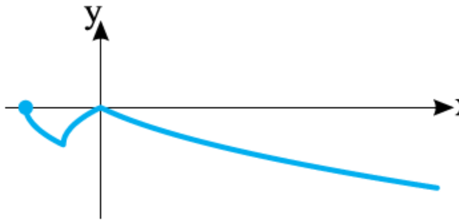
روش رسم نمودار تابع $y=|f(x)|$

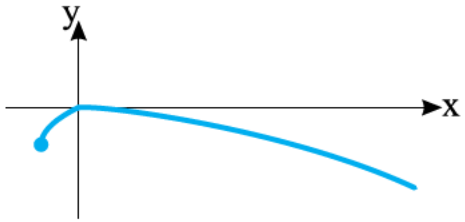
برای رسم کردن نمودار $y=|f(x)|$ ابتدا نمودار $y=f(x)$ را رسم می‌کنیم، سپس قرینهٔ قسمتی از نمودار را که زیر محور x است نسبت به محور x رسم می‌کنیم، در آخر قسمتی را که زیر محور x است حذف می‌کنیم.

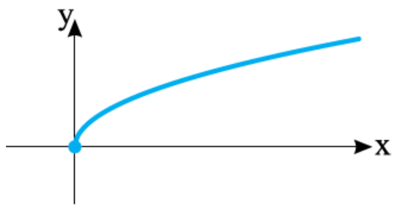
تست نمودار تابع $y=-|\sqrt{x+1}-1|$ کدام است؟

۱) 

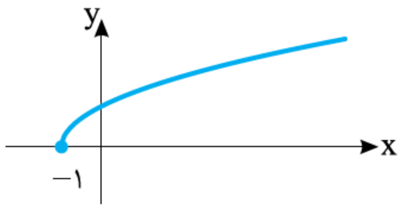
۲) 

۳) 

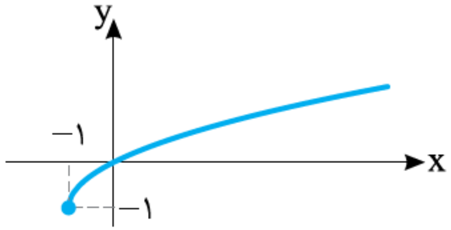
۴) 



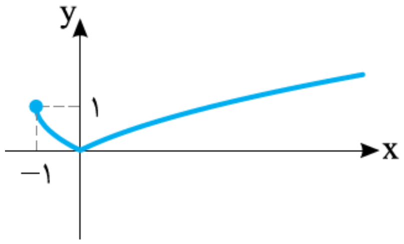
$y=\sqrt{x}$



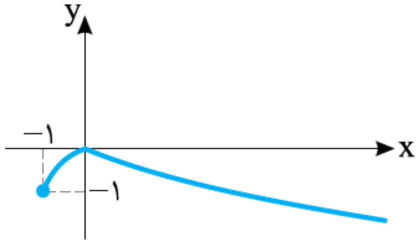
$y=\sqrt{x+1}$



$y=\sqrt{x+1}-1$

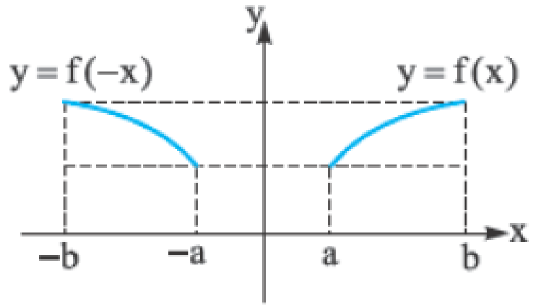


$y=|\sqrt{x+1}-1|$



$y=-|\sqrt{x+1}-1|$

رسم نمودار تابع $y=f(kx)$ از روی نمودار تابع $y=f(x)$

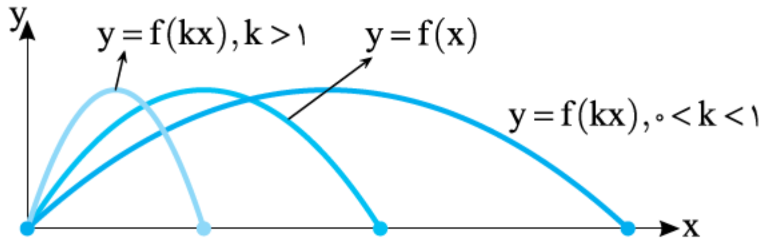


۱) برای رسم کردن نمودار تابع $y=f(-x)$، کافی است قرینهٔ نمودار تابع $y=f(x)$ را نسبت به محور y رسم کنیم.

۲) برای رسم کردن نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط روی نمودار $y=f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.

- اگر $0<k<1$، نمودار تابع $y=f(x)$ از منبسط شدن نمودار تابع $y=f(x)$ در امتداد محور x با ضریب $\frac{1}{k}$ به‌دست می‌آید.
- اگر $k>1$، نمودار تابع $y=f(x)$ از منقبض شدن نمودار تابع $y=f(x)$ در امتداد محور x با ضریب $\frac{1}{k}$ به‌دست می‌آید.
- اگر $k<0$، ابتدا نمودار تابع $y=f(|k|x)$ را رسم می‌کنیم، سپس قرینهٔ این نمودار را نسبت به محور y رسم می‌کنیم.

نقطهٔ $(\frac{x_0}{k}, y_0)$ از نمودار تابع $y=f(kx)$ متناظر با نقطهٔ (x_0, y_0) از نمودار تابع $y=f(x)$ است.



رسم نمودار تابع $y=f(kx)$ از روی نمودار تابع $y=f(x)$

۱) برای رسم کردن نمودار تابع $y=f(-x)$، کافی است قرینهٔ نمودار تابع $y=f(x)$ را نسبت به محور y رسم کنیم.

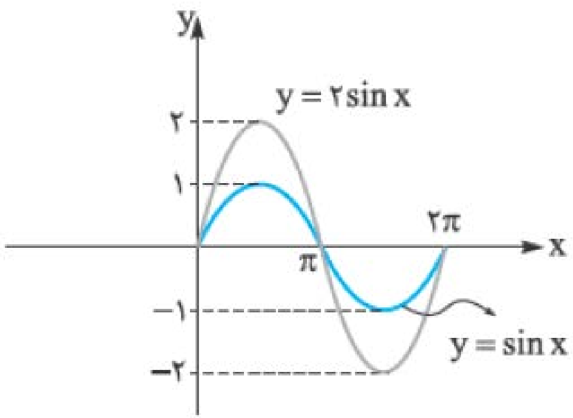
۲) برای رسم کردن نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط روی نمودار $y=f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.

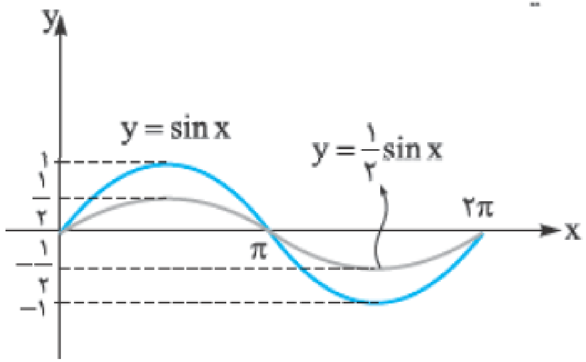
- اگر $0<k<1$، نمودار تابع $y=f(x)$ از منبسط شدن نمودار تابع $y=f(x)$ در امتداد محور x با ضریب $\frac{1}{k}$ به‌دست می‌آید.

- اگر $k>1$، نمودار تابع $y=f(x)$ از منقبض شدن نمودار تابع $y=f(x)$ در امتداد محور x با ضریب $\frac{1}{k}$ به‌دست می‌آید.

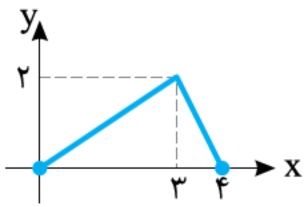
- اگر $k<0$، ابتدا نمودار تابع $y=f(|k|x)$ را رسم می‌کنیم، سپس قرینهٔ این نمودار را نسبت به محور y رسم می‌کنیم.

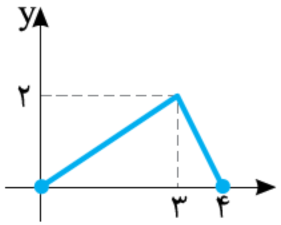
نقطهٔ $(\frac{x_0}{k}, y_0)$ از نمودار تابع $y=f(kx)$ متناظر با نقطهٔ (x_0, y_0) از نمودار تابع $y=f(x)$ است.

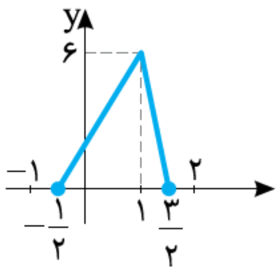


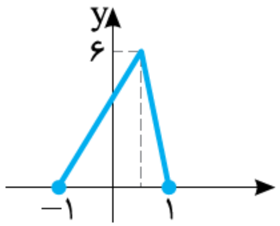


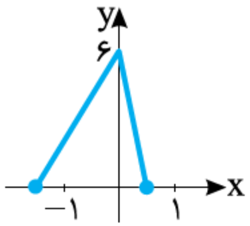
تست نمـودار تابع $y=f(x)$ به صورت مقابل اسـت. نمـودار تابع $y=3f(2x+1)$ کدام است؟



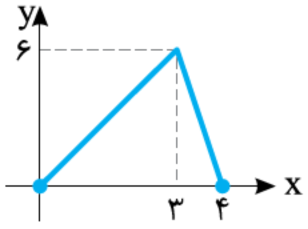
۱)


۲)


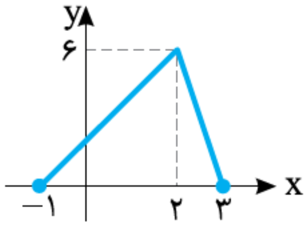
۳)


۴)


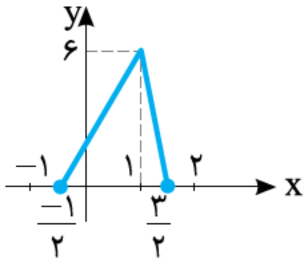
راه‌حل اول ابتدا عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y=f(x)$ را ۳ برابر می‌کنیم تا نمودار تابع $y=3f(x)$ به‌دست بیاید. سپس این نمودار را یک واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y=3f(x+1)$ به‌دست بیاید. در آخر، طول هر نقطه روی این نمودار را در $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم تا نمودار تابع $y=3f(2x+1)$ به‌دست بیاید.



$y=3f(x)$

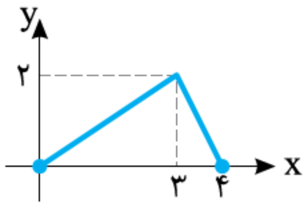


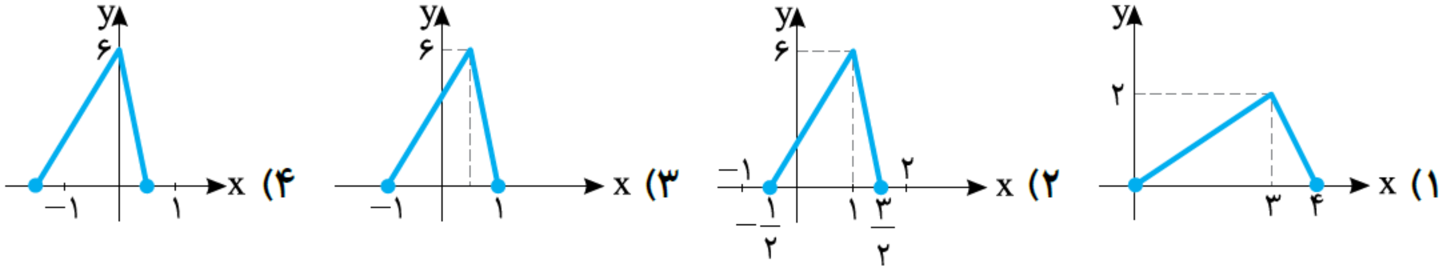
$y=3f(x+1)$



$y=3f(2x+1)$

تست نمـودار تابع $y=f(x)$ به صورت مقابل اسـت. نمـودار تابع $y=3f(2x+1)$ کدام است؟



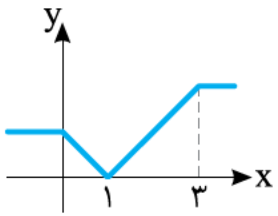


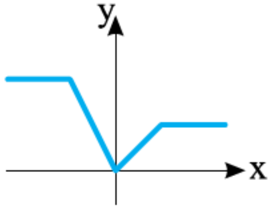
راه‌حل دوم نقطهٔ نظیر $A(3,2)$ روی نمودار تابع f را در تابع $y=3f(2x+1)$ می‌یابیم:

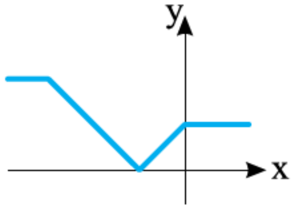
$$2x+1=3 \Rightarrow x=1 \Rightarrow \begin{cases} y=3f(2x+1)=3f(3)=3\times 2=6 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow A'(1,6)$$

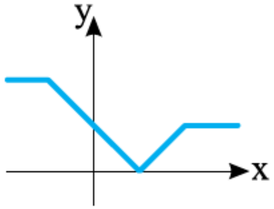
تست

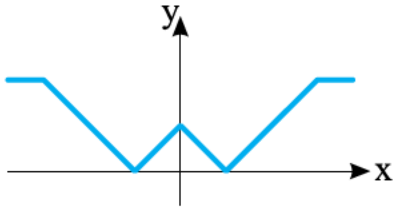
اگر نمودار تابع $y=f(x-1)$ به شکل مقابل باشد، نمودار تابع $y=f(1-x)$ کدام است؟



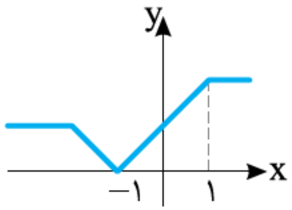
۱) 

۲) 

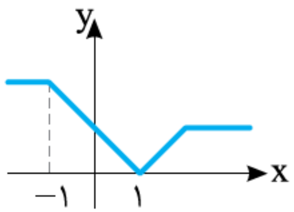
۳) 

۴) 

ابتدا نمودار تابع $y=f(x-1)$ را ۲ واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y=f(1+x)$ به‌دست بیاید. اکنون اگر این نمودار را نسبت به محور y قرینه کنیم، نمودار تابع $y=f(1-x)$ به‌دست می‌آید.



$y=f(1+x)$



$y=f(1-x)$

تست ■□□□

نمودار تابع $y=f(x-1)$ را ۲ واحد به چپ انتقال می‌دهیم، سـپس ۱ واحد به پایین انتقال می‌دهیم و در آخر نسبت به محور x قرینه می‌کنیم. نمودار به‌دست آمده متعلق به کدام تابع است؟

۱) $y=1-f(x+1)$ **۲)** $y=1-f(x-3)$

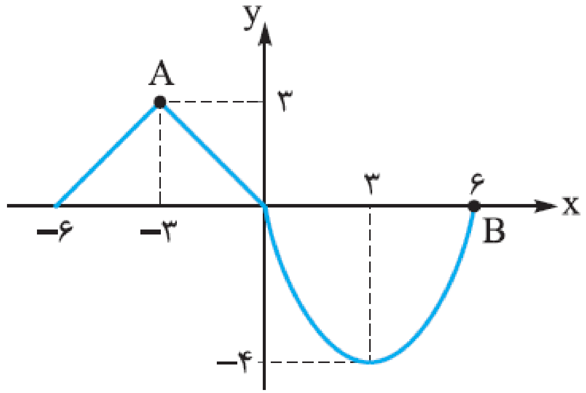
۳) $y=f(1-x)+1$ **۴)** $y=f(1-x)-1$

با انتقال نمودار تابع $y=f(x-1)$ به مقدار ۲ واحد به سمت چپ، نمودار تابع $y=f((x+2)-1)$، یعنی $y=f(x+1)$ به‌دست می‌آید.

نمودار تابع $y=f(x+1)-1$ انتقال‌یافتهٔ نمودار تابع قبلی به مقدار یک واحد به سـمت پایین اسـت. اگر این نمودار را نسبت به محور x قرینه کنیم، نمودار تابع زیر به‌دست می‌آید.

$$y=-(f(x+1)-1)=1-f(x+1)$$

تست نمودار f در شکل زیر رسم شده است. هرگاه نمودار $y = ۳ - ۲f(-۲x)$ به کمک آن رسم شود فاصلهٔ دو نقطهٔ متناظر A و B روی نمودار جدید چه عددی است؟



۱) ۷

۲) ۸

۳) ۷/۵

۴) ۸/۵

لازم نیست تمام نمودار $y = ۳ - ۲f(-۲x)$ را رسم کنیم. بلکه کافی است نقاط متناظر A و B را پیدا کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۳ \end{bmatrix} \in f \Rightarrow A_۱ = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۳ \end{bmatrix} \in f(-x) \Rightarrow A_۲ = \begin{bmatrix} \frac{۳}{۲} \\ ۳ \end{bmatrix} \in f(-۲x) \Rightarrow A_۳ = \begin{bmatrix} \frac{۳}{۲} \\ -۶ \end{bmatrix} \in -۲f(-۲x)$$

$$\Rightarrow A_۴ = \begin{bmatrix} \frac{۳}{۲} \\ -۳ \end{bmatrix} \in ۳ - ۲f(-۲x) \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۳ \end{bmatrix} \Rightarrow A_۴ = \begin{bmatrix} \frac{۳}{۲} \\ -۳ \end{bmatrix}$$

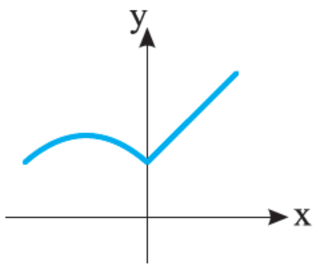
$$B = \begin{bmatrix} ۶ \\ ۰ \end{bmatrix} \in f \Rightarrow B_۱ = \begin{bmatrix} -۶ \\ ۰ \end{bmatrix} \in f(-x) \Rightarrow B_۲ = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۰ \end{bmatrix} \in f(-۲x) \Rightarrow B_۳ = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۰ \end{bmatrix} \in -۲f(-۲x)$$

$$\Rightarrow B_۴ = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۳ \end{bmatrix} \in ۳ - ۲f(-۲x) \Rightarrow B = \begin{bmatrix} ۶ \\ ۰ \end{bmatrix} \Rightarrow B_۴ = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۳ \end{bmatrix}$$

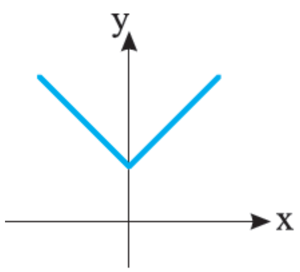
$$A_۴B_۴ = \sqrt{(\frac{۹}{۲})^۲ + ۶^۲} = \frac{۱۵}{۲}$$

روش رسم نمودار تابع $y=f(|x|)$

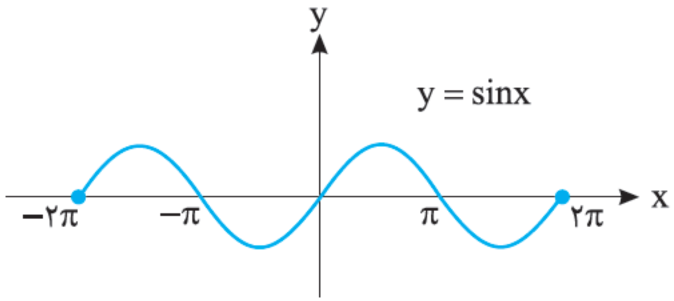
برای رســـم کردن نمودار تابع $y=f(|x|)$ کافی است قسمتی از نمودار تابع $y=f(x)$ را که سمت چپ محور y است حذف کنیم و قرینهٔ قسمتی را که سمت راست محور y است نسبت به محور y رسم کنیم.

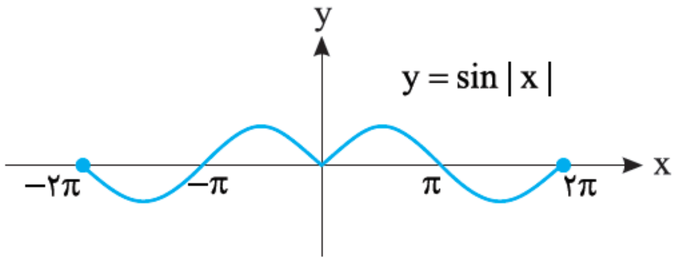


$y=f(x)$

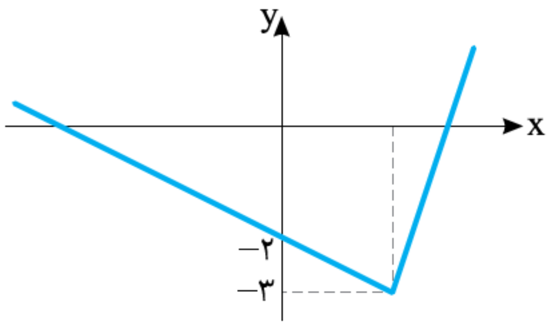


$y=f(|x|)$





تست ◻◼◻◻ نمـــودار تابع $y=f(x)$ به‌صورت مقابل اســت. نمـــودار تابع $y=f(|x|)+۲$ محور x را در چند نقطه قطع می‌کند؟



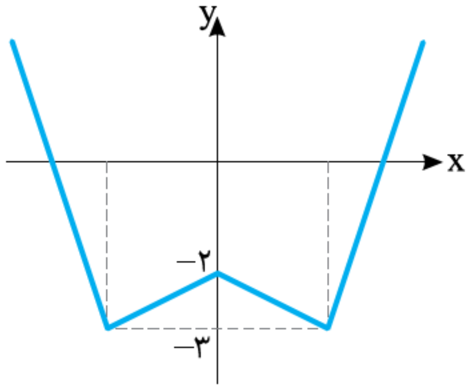
۱) ۱

۲) ۲

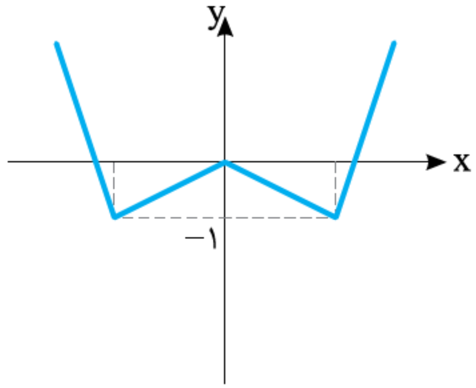
۳) ۳

۴) ۴

ابتدا از روی نمودار $y=f(x)$، نمودار $y=f(|x|)$ را رســـم می‌کنیم، سپس آن را ۲ واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا به نمودار تابع $y=f(|x|)+۲$ به‌دست آید.



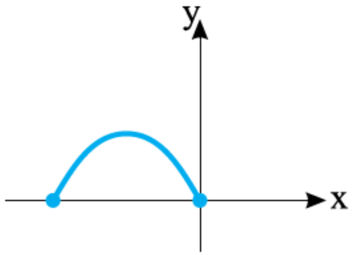
$y=f(|x|)$

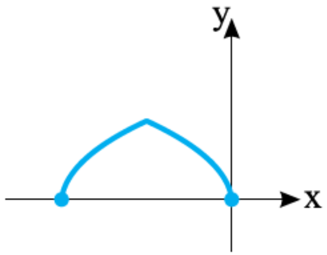


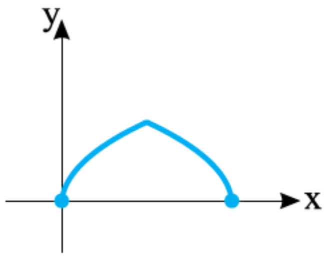
$y=f(|x|)+۲$

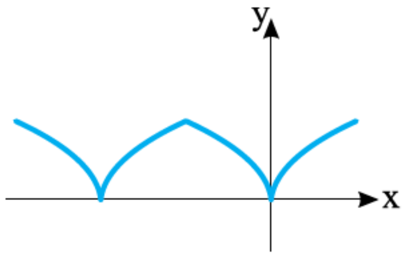
بنابراین نمودار تابع $y=f(|x|)+۲$ محور x را در سه نقطه قطع می‌کند.

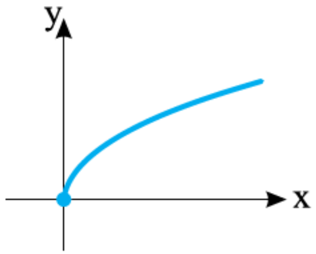
تست نمودار تابع $f(x)=\sqrt{۱-|x+۱|}$ کدام است؟

۱) 

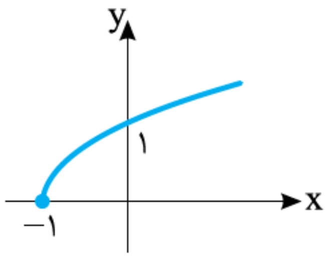
۲) 

۳) 

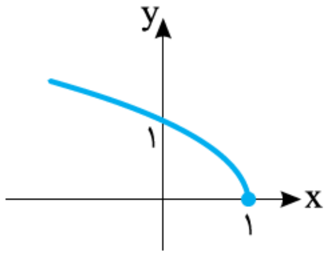
۴) 



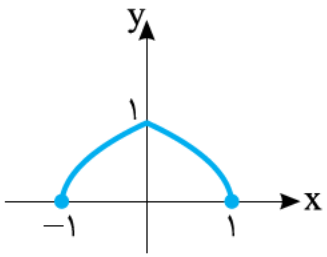
$y=\sqrt{x}$



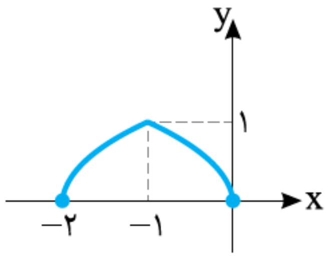
$y=\sqrt{۱+x}$



$y=\sqrt{۱-x}$



$y=\sqrt{۱-|x|}$

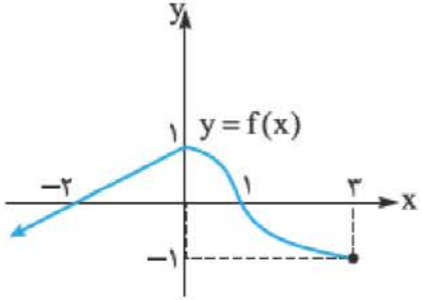


$y=\sqrt{۱-|x+۱|}$

رسم نمودار $y=f(ax+b)$

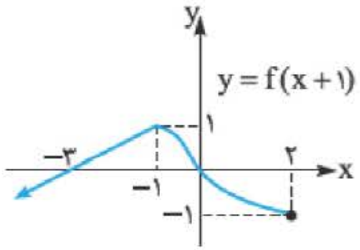
برای رسم، باید ابتدا انتقال عدد ثابت b را انجام می‌دهیم، سپس تغییرات مربوط به ضریب x (که همان انبساط یا انقباض افقی هستند و یا قرینه‌یابی نسبت به محور yها) را روی شکل اعمال می‌کنیم.

برای مثال نمودار تابع $y=f(1-\frac{x}{2})$ به صورت زیر رسم می‌شود:



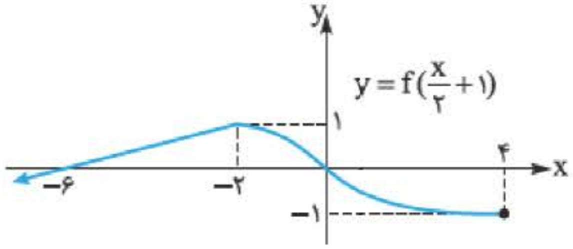
$\xrightarrow{(x\to x+1)}$

نمودار f یک‌واحد به‌چپ می‌رود.



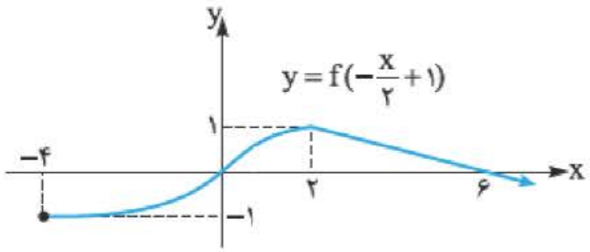
$\xrightarrow{(x\to \frac{x}{2})}$

تمام طول‌ها دو برابر می‌شوند



$\xrightarrow{(x\to -x)}$

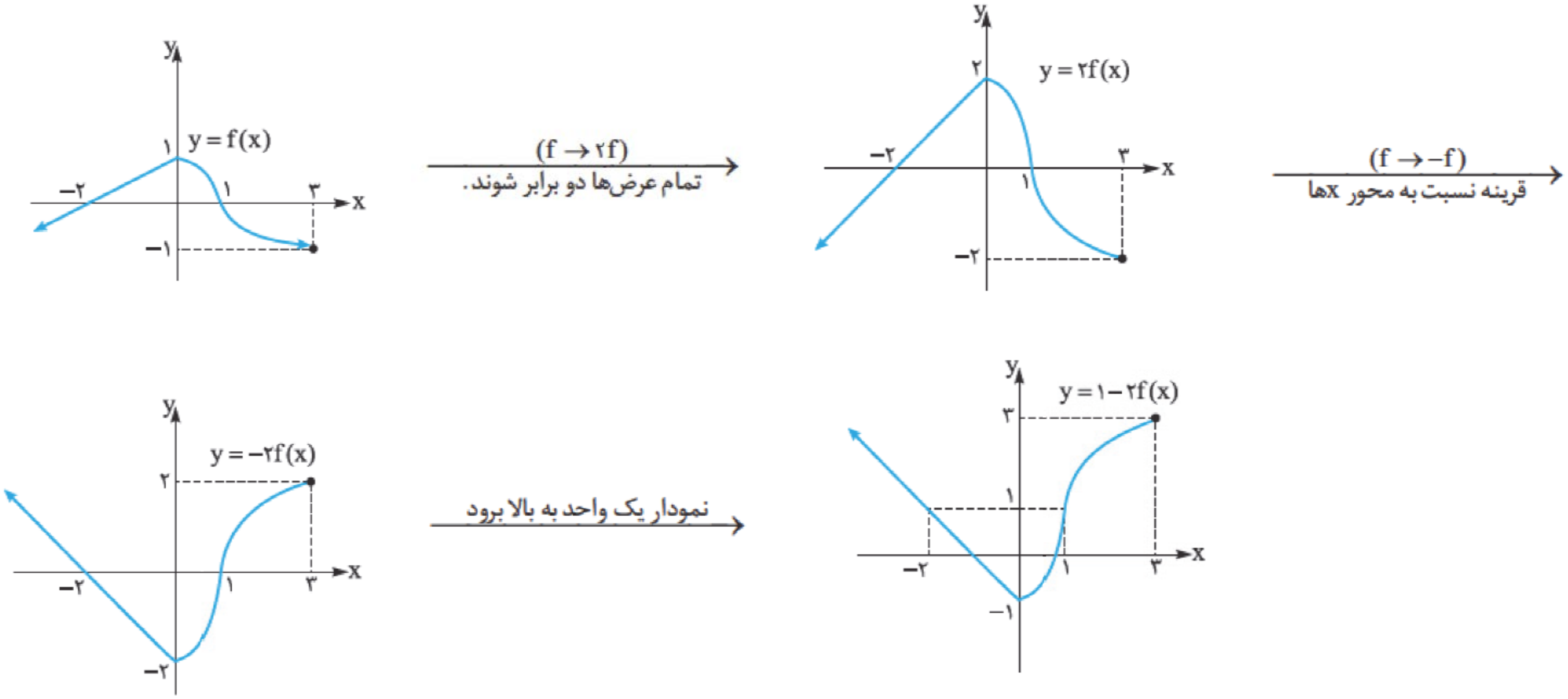
قرینه نسبت به محور yها



رسم نمودار $y=af(x)+b$

برای رسم، ابتدا ضریب a را تأثیر می‌دهیم، (که همان انبساط یا انقباض عمودی هستند و یا قرینه‌یابی نسبت به محور xها) بعد انتقال عدد ثابت b را انجام می‌دهیم.

برای مثال نمودار $y=1-2f(x)$ به صورت زیر رسم می‌شود:



برای رسم تابع $y = af(bx + c) + d$ از روی $y = f(x)$ مراحل زیر را انجام دهید:

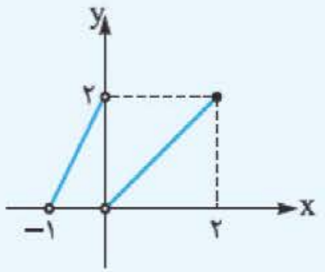
$$y = f(x) \xrightarrow{(1)} y = f(x + c) \xrightarrow{(2)} y = f(bx + c) \xrightarrow{(3)} y = af(bx + c) \xrightarrow{(4)} y = af(bx + c) + d$$

تأثیر تبدیل نمودار روی دامنه و برد تابع

فرض کنیم u عبارتی خطی برحسب x باشد، در این صورت داریم:

۱) اگر دامنهٔ f بازهٔ $[a,b]$ باشد، برای یافتن دامنهٔ $cf(u)+d$ کافی است نامعادلات مضاعف $a \le u \le b$ را حل کنیم.

تست اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد. دامنهٔ تابع $y=۲f(۱-\frac{x}{۳})$ کدام است؟



۱) $(-\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳})$

۲) $(\frac{۱}{۳},\frac{۴}{۳})-\{۱\}$

۳) $(-۶,۳]$

۴) $[-۳,۶)-\{۳\}$

پاسخ گزینهٔ ۴ با توجه به نمودار، دامنهٔ تابع f برابر است با: $D_f=(-۱,۲]-\{۰\}$

بنابراین برای محاسبهٔ دامنهٔ $y=۲f(۱-\frac{x}{۳})$ باید نامعادلات زیر را حل کنیم:

$$\begin{cases} -۱<۱-\frac{x}{۳}\le ۲ \xrightarrow{-(۱)} -۲<-\frac{x}{۳}\le ۱ \xrightarrow{\times(-۳)} -۳\le x<۶ \\ \text{و} \\ ۱-\frac{x}{۳}\neq ۰ \Rightarrow \frac{x}{۳}\neq ۱ \Rightarrow x\neq ۳ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} \text{دامنه}=[-۳,۶)-\{۳\}$$

تأثیر تبدیل نمودار روی دامنه و برد تابع

فرض کنیم u عبارتی خطی برحسب x باشد، در این صورت داریم:

۲) اگر دامنهٔ $cf(u)+d$ بازهٔ $[a,b]$ باشد، برای یافتن دامنهٔ تابع $y=f(x)$، با توجه به این‌که $a\le x\le b$، عبارت u را تشکیل داده، دامنهٔ f را می‌یابیم.

تست اگر دامنهٔ تابع $y=f(x-۲)$ بازهٔ $[۱,۴)$ باشد. دامنهٔ تابع $g(x)=۱-f(۲x)$ کدام است؟

۱) $[۶,۱۲)$ ۲) $[\frac{۳}{۲},۳)$ ۳) $[-\frac{۱}{۲},۱)$ ۴) $[-۲,۴)$

پاسخ گزینهٔ ۳ ابتدا با کمک دامنهٔ تابع $y=f(x-۲)$، دامنهٔ تابع $y=f(x)$ را می‌یابیم:

$$۱\le x<۴ \xrightarrow{-۲} -۱\le x-۲<۲ \Rightarrow D_f=[-۱,۲)$$

حالا مسئله مانند مدل ۱ شد. دامنهٔ تابع $y=f(x)$ برابر $[-۱,۲)$ است. پس برای محاسبهٔ دامنهٔ تابع $g(x)=۱-f(۲x)$ نامعادلات زیر را حل می‌کنیم:

$$-۱\le ۲x<۲ \xrightarrow{\div ۲} -\frac{۱}{۲}\le x<۱ \Rightarrow D_g=[-\frac{۱}{۲},۱)$$

تأثیر تبدیل نمودار روی دامنه و برد تابع

فرض کنیم u عبارتی خطی برحسب x باشد، در این صورت داریم:

۳) اگر برد تابع f بازهٔ $[a,b]$ باشد، برای یافتن برد $y=cf(u)+d$ کافی است برد f را ابتدا در c ضرب و سپس با d جمع کنیم.

تست **اگر برد تابع f بازهٔ $[۱,۳)$ باشد، برد تابع $y=۱-۲f(۳x)$ کدام است؟**

۱) $[-۵,-۱)$ ۲) $[-۳,۱)$ ۳) $(-۹,-۳]$ ۴) $(-۴,۲]$

پاسخ **گزینهٔ ۱** برد f بازهٔ $(۱,۳]$ است، پس $۱<f(x)\le ۳$ و در نتیجه:

$$۱<f(۳x)\le ۳ \xrightarrow{\times(-۲)} -۶\le -۲f(۳x)<-۲ \xrightarrow{+۱} -۵\le ۱-۲f(۳x)<-۱$$

پس برد تابع داده‌شده، بازهٔ $[-۵,-۱)$ است.